

Les tableaux de proportionnalité

I) On sait que 1 yaourt à la vanille coûte 0,5 €. Compléter le tableau suivant :

Nombre de yaourts	1	2	3	4	6		
Prix à payer en €						4	5,5

Si on achète deux fois plus de yaourts, paye-t-on deux fois plus cher ? Donner un exemple :

II) Chez le boulanger, on peut acheter des croissants à l'unité à 30 centimes d'euro pièce, ou des sachets de 3 croissants coûtant chacun 75 centimes d'euro, ou enfin des sachets de 5 croissants coûtant 1,10 €. Freddy sait compter, et fait en sorte de payer le moins cher possible quel que soit le nombre de croissants qu'il achète. Compléter le tableau suivant :

Nombre de croissants achetés par Freddy :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix payé en euros :										

Si Freddy achète deux fois plus de croissants, paye-t-il toujours deux fois plus cher ? Donner un exemple :

III) Dans un tableau de proportionnalité, on peut passer d'une ligne à l'autre en multipliant ou en divisant toujours par le même nombre non nul : compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

x	3	4		2,5
y	9		15	

(x ...)

x		3		5
y	8	6	1	

(.....)

x	8	
y		20

(x 2)

Exemple : Vincent a gagné 4 € en tondant 200 m² de pelouse. Après avoir complété le tableau de proportionnalité ci-dessous, réponds aux questions suivantes :

- Combien aurait-il gagné s'il avait tondu 500 m² de pelouse ?
- Combien d'argent Vincent demande-t-il pour tondre 1 m² de pelouse ?
- La semaine dernière, il a tondu le gazon d'un voisin, et a gagné 6,8 €. Quelle est en m² la superficie du terrain du voisin ?

Superficie en m²	200	500
Somme gagnée (€)	4

(x ...)

IV) Dans un tableau de proportionnalité, on peut aussi passer d'une colonne à l'autre en multipliant ou en divisant le "haut" et le "bas" par le même nombre non nul : compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

x	5	15	
y	6		24

(x ...)

x	3		15
y	7	21	

(x ...)

x		6	8
y	11		22

(÷ ...)

Exemple : j'ai payé 1,20 € pour trois litres d'eau minérale. Après avoir complété le tableau de proportionnalité ci-dessous, répondre aux questions suivantes :

- a) Combien aurais-je payé 12 litres d'eau minérale ?
 b) J'ai acheté de l'eau minérale et j'ai payé 6 €. Quelle quantité d'eau minérale ai-je obtenue ?

Quantité d'eau en litres
.....

V) Dans un tableau de proportionnalité, on peut aussi additionner les résultats de deux colonnes pour en trouver une troisième : compléter le tableau de proportionnalité suivant :

x	2	3	5	7		13	
y	7	10,5			28		56

Exemple : hier, j'ai payé 3 paquets de gâteaux 3,69 €. Aujourd'hui, le prix n'a pas changé, et j'ai payé 6,15 € pour 5 paquets de gâteaux. Après avoir complété le tableau de proportionnalité ci-dessous, réponds à la question suivante :

Combien coûtent 8 paquets de gâteaux ?

Nombre de paquets de gâteaux :
.....

VI) Exercices : même si vous savez résoudre cet exercice d'une autre façon, on demande dans chaque cas de commencer par écrire un tableau de proportionnalité.

- 1) 2 kg de côtes d'agneau valent 18,40 €. Combien coûtent 14 kg de côtes d'agneau ?
 2) 5 sacs de bonbons coûtent 7 €. Combien de sacs de bonbons peut-on avoir pour 28 € ?
 3) Une tablette de chocolat vaut 0,5 €, et deux tablettes de chocolat valent 0,8 €. Combien coûtent 3 tablettes de chocolat ?

VII) Lorsqu'un tableau est un tableau de proportionnalité, le produit des diagonales donne le même résultat. Parmi les tableaux suivants, quels sont ceux qui sont des tableaux de proportionnalité ?

x	4	7
y	10	17,5

x	5	7,5
y	11	16

x	1,5	3
y	2,25	9

x	4	9
y	12	27

x	5	7,5
y	12	17

Exemple : dans chacun des cas suivants, le prix à payer est-il proportionnel au nombre d'articles achetés ?

Nombre de pains au chocolat	3	4
Prix à payer en €	1,20	1,50

Nombre de litres de jus d'orange	5	7
Prix à payer en €	9	12,6

VIII) 35 625 haricots valent 23,75 €. Combien coûtent 10 875 haricots, sachant que le prix à payer est proportionnel au nombre de haricots ?

Nombre de haricots	35 625	10 875
Prix à payer en €	23,75	?

Le prix à payer est proportionnel au nombre de haricots, donc le tableau ci-dessus est un tableau de proportionnalité. Donc si on multiplie les diagonales, on doit trouver le même résultat...

$$35\,625 \times ? = \boxed{23,75 \times \dots\dots\dots} \quad \text{donc } ? = \boxed{23,75 \times 10\,875} \dots 35\,625 \text{ (compléter par +, -, \times \text{ ou } \div).$$

$$\text{Donc } ? = \dots\dots\dots$$

Cette propriété s'appelle le **produit en croix** et "fonctionne" avec tous les tableaux de proportionnalité. Sur 4 cases, on en connaît 3, et sur les 3, deux constituent une diagonale complète.

Pour trouver la 4^{ième} case, il suffit de multiplier entre eux les deux nombres de la diagonale complète, et de diviser le résultat par la 3^{ième} case qu'on connaît.

IX) Problèmes utilisant la proportionnalité :

Pour résoudre chacun des problèmes suivants, toujours commencer par écrire un tableau de proportionnalité.

- 1) Luc a acheté un rôti de 1,350 kg. Il a payé 24,84 €.
 - a) Quel est le prix du kilogramme de rôti ?
 - b) Combien aurait-il payé pour un rôti de 1,950 kg ?

- 2)
 - a) Pour parcourir 430 km, un automobiliste a consommé 29,24 litres d'essence. Quelle est la consommation moyenne de son véhicule pour 100 km ?
 - b) Le réservoir de sa voiture a une capacité de 55 litres. Combien peut-il parcourir de kilomètres sans faire le plein ?

- 3) Un camion met 5 heures pour parcourir 314 km. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

- 4) Une voiture roule à la vitesse moyenne de 85 km/h. Combien de temps lui faut-il pour parcourir 425 km ?

- 5) 40 kg d'engrais coûtent 16 €.
 - a) Quelle quantité d'engrais a-t-on pour 80 € ?
 - b) Combien coûtent 70 kg d'engrais ?

- 6) En 80 minutes, une voiture effectue un trajet de 78 km. En supposant que la vitesse de la voiture est constante, déterminer en combien de temps elle parcourra 195 km.

- 7) Luc achète un rôti de 1,550 kg au prix de 29,76 €. Quel est le prix d'un rôti de 1,3 kg ?

- 8) Un manège fait 24 tours en 5 minutes.
 - a) En combien de temps (minutes et secondes) fait-il 38 tours ?
 - b) Combien de tours fait-il en 4 minutes 10 secondes ?

9) Pour fabriquer du cidre, on admet que 100 kg de pommes donnent 60 litres de cidre.

a) Quelle quantité de pommes faut-il pour obtenir 2 400 litres de cidre ?

b) Quelle quantité de cidre peut-on fabriquer avec 1 230 kg de pommes ?

10) Avec 160 grammes de farine, 100 grammes de beurre et 60 grammes d'eau, on peut fabriquer de la pâte brisée pour un fond de tarte pour 4 personnes.

a) Aujourd'hui, il reste seulement 120 grammes de farine que je veux employer pour faire une petite tarte. Quelle masse de beurre et d'eau vais-je employer ? À combien de personnes vais-je normalement servir cette tarte ?

b) Demain, il y aura 7 personnes à table. Combien dois-je prévoir de farine, de beurre et d'eau pour préparer la tarte ?

11) Trois jeunes achètent une boîte de 10 cédéroms pour leurs ordinateurs. La boîte coûte 12 €. Le premier prend 3 cédéroms, le second en prend 5 et le troisième en prend 2. Combien chacun d'eux doit-il payer ?

12) Un enfant de 5 ans pèse 25 kg. Combien pèsera-t-il à 50 ans ?

13) Un cycliste monte un col à 20 km/h et redescend par la même route à 40 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

14) Compléter les tableaux suivants : (on demande de calculer le périmètre et l'aire d'un carré en fonction de la longueur d'un de ses côtés.)

Longueur d'un côté (cm)	1	2	3	
Périmètre du carré (cm)				20

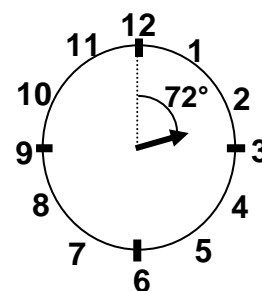
Longueur d'un côté (cm)	1	2	3	
Aire du carré (cm ²)				64

a) Le périmètre est-il proportionnel à la longueur d'un côté ? Justifier.

b) L'aire est-elle proportionnelle à la longueur d'un côté ? Justifier.

15) Un cycliste du Tour de France a mis 5 heures 24 minutes et 36 secondes pour parcourir une étape de 205,580 km. Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

16) L'aiguille des minutes de cette montre a disparu, il ne reste que l'aiguille des heures. Quelle heure est-il à la minute près sachant que l'on est l'après-midi ?



17) Voici les proportions pour préparer un gâteau au chocolat. Complète-les !

	Pour 6 personnes	Pour 8 personnes
Farine (g)	150	
Beurre (g)		120
Oeufs		4
Sucre (g)	180	
Température du four (degrés)	210	
Temps de cuisson (minutes)	30	

Correction:

I)

Nombre de yaourts :	1	2	3	4	6	8	11
Prix à payer en € :	0.5	1	1.5	2	3	4	5,5

II)

Nombre de croissants :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix payé en euros :	0.3	0.6	0.75	1.05	1.10	1.40	1.70	1.85	2.15	2.20

III)

x	3	4	5	2,5
y	9	12	15	7.5

× 3

x	4	3	0.5	5
y	8	6	1	10

÷ 2

x	8	40
y	4	20

Superficie en m ² :	200	500	1	340
Somme gagnée (€) :	4	10	0,02	6,8

× 50

IV)

x	5	15	20
y	6	18	24

x	3	9	15
y	7	21	35

x	4	6	8
y	11	16,5	22

Quantité d'eau en litres :	3	12	15
prix en euros	1,20	4,80	6

V)

x	2	3	5	7	8	13	16
y	7	10,5	17,5	24.5	28	45,5	56

Nombre de paquets de gâteaux :	3	5	8
Prix (€)	3,69	6,15	9,84

VI) 1) 128,80 € ; 2) 20 sacs ; 3) On ne peut pas répondre : le prix n'est pas proportionnel au nombre de tablettes...

VII) Le premier et le quatrième sont des tableaux de proportionnalité.
Le prix du jus d'orange est proportionnel au nombre de litres...

VIII) 7,25 €

IX) 1) a) 18,4 € ; b) 35,88 € ; 2) a) 6,8 litres/100 km ; b) 808 km. 3) 62,8 km/h ; 4) 5h ;
5) a) 200 kg ; b) 28 € ; 6) 3h 20 min ; 7) 24,96 € ; 8) a) 7 min 55 s ; b) 20 tours ;
9) a) 4T ; b) 738 litres ; 10) a) 75 g de beurre; 45 g d'eau ; 3 personnes ;
b) 280 g de farine ; 175 g de beurre ; 105 g d'eau. 11) 1^{er}: 3,6 € ; 2^{ième}: 6 € ; 3^{ième}: 2,4 € ;
12) Le poids n'est pas proportionnel à l'âge ! 13) ≈ 26,666 km/h. 15) 38 km/h ;
16) 14 h 24 min ; 17)

	Pour 6 personnes	Pour 8 personnes
Farine (g)	150	200
Beurre (g)	90	120
Oeufs	3	4
Sucre (g)	180	240
Température du four (degrés)	210	210
Temps de cuisson (minutes)	30	40