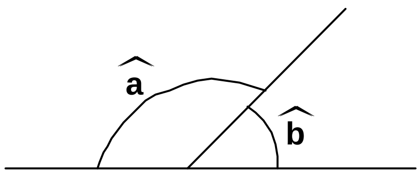
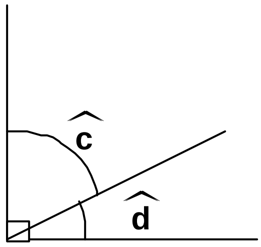
Angles particuliers

I) Angles complémentaires et supplémentaires…



angles supplémentaires



angles complémentaires

1) Mesurer $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$: Mesure de $\widehat{a}$ = ……° ; Mesure de $\widehat{b}$ = ……° **.** Donc $\widehat{a}$ + $\widehat{b}$ = ……..°

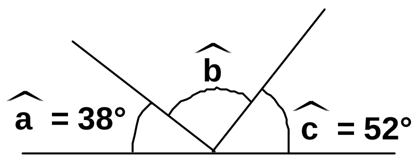
On dit que des angles sont **<u>supplémentaires</u>** si la somme de leurs mesures donne …….

2) Mesurer $\widehat{c}$ et $\widehat{d}$: Mesure de $\widehat{c}$ = ……° ; Mesure de $\widehat{d}$ = ……° **.** Donc $\widehat{c}$ + $\widehat{d}$ = ……°

On dit que des angles sont **<u>complémentaires</u>** si la somme de leurs mesures donne …….

3) Sans utiliser le rapporteur, compléter :

Ici, les angles $\widehat{a}$, $\widehat{b}$ et $\widehat{c}$ sont …………………..
car la somme de leurs angles donne ……..°.



Donc mesure ($\widehat{b}$) = 180 - (38 + ….) = ……..°.

<u>Remarque :</u> Puisque mesure($\widehat{a}$) + mesure ($\widehat{c}$) =

….. + ….. = …..°, les angles $\widehat{a}$ et $\widehat{c}$ sont ………………………. .

***4) Dans le cadre ci-contre, tracer un triangle ABC.* A l'aide du rapporteur, mesurer le plus soigneusement possible les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{ACB}$ et $\widehat{BAC}$.**

$\widehat{ABC}$ = …..° ; $\widehat{ACB}$ = …..° ; $\widehat{BAC}$ = …..°.

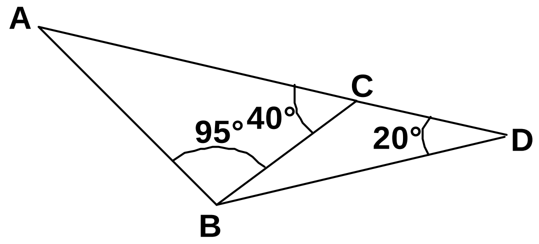
$\widehat{ABC}$ + $\widehat{ACB}$ + $\widehat{BAC}$= ….. + ….. + …..

= ……. °.

Lorsqu'on additionne les trois angles d'un triangle, on trouve toujours ….. °.

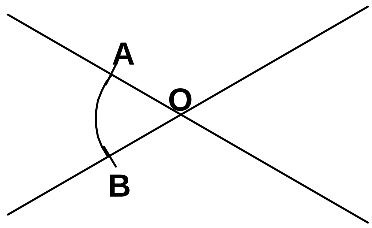
Donc on peut dire que les trois angles d'un triangle sont
………………………… .

5) Dans le dessin ci-contre, les points A, C et D sont alignés. On sait que $\widehat{ACB}$ = 40°, $\widehat{CDB}$ = 20°et $\widehat{ABC}$= 95°. Calculez les angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBD}$ et $\widehat{BCD}$.



(N'essayez pas de mesurer sur le dessin : celui ci est volontairement faux !)

II) Angles opposés par le sommet :



Sur la figure ci-contre, placer le point A' symétrique de A par rapport àO, et le point B' symétrique de B par rapport àO.

Le symétrique de $\widehat{AOB}$ par rapport àO est $\widehat{......}$. Et comme

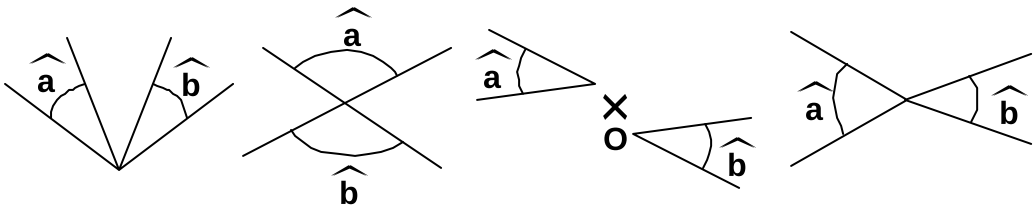
la symétrie conserve les …………, $\widehat{AOB}$ = $\widehat{......}$.

Vérifiez en mesurant sur le dessin: $\widehat{AOB}$ = …….° et

$\widehat{......}$ = …….°.

Dans ce cas, lorsque les angles sont ***symétriques*** par rapport àleur ***sommet commun***, on dit qu'ils sont ***opposés par le sommet.*** Deux angles opposés par le sommet ont toujours la même ……………… .

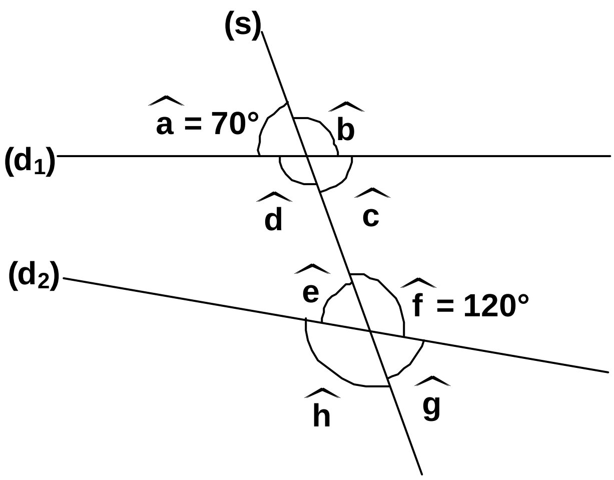
Dans chacun des cas suivants, dire si les angles $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont opposés par le sommet, et s'ils sont égaux :



opposés par le sommet				
égaux				

III) Internes, externes, alternes ?

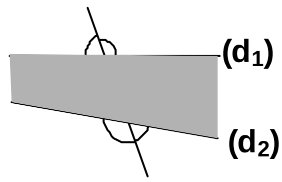
Dans le dessin ci-contre, deux droites (d_1) et (d_2) sont coupées par une droite sécante (s). On sait que $\widehat{a}$ = 70° et $\widehat{f}$ = 120°.



Si possible sans utiliser le rapporteur, compléter :

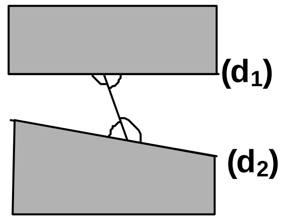
angle	$\widehat{a}$	$\widehat{b}$	$\widehat{c}$	$\widehat{d}$	$\widehat{e}$	$\widehat{f}$	$\widehat{g}$	$\widehat{h}$
mesure en degrés	70°					120°		

On dit qu'un angle est ***interne*** si il est ***à l'intérieur*** de l'espace compris entre les droites (d_1) et (d_2).



Ici, les angles ***internes*** sont ……, ……, …… et…….

On dit qu'un angle est ***externe*** si il est ***à l'extérieur*** de l'espace compris entre les droites (d_1) et (d_2).



Ici, les angles ***externes*** sont ……, ……, …… et …….

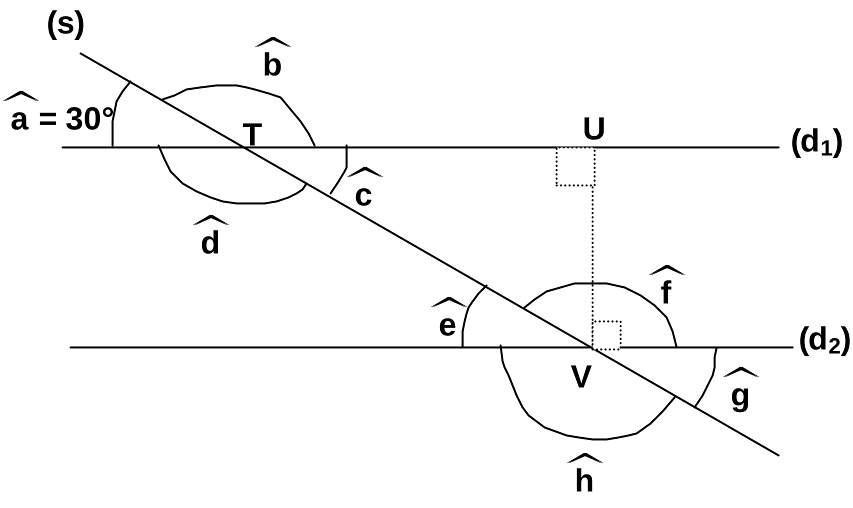
Enfin, ont dit que ***deux angles*** sont ***alternes*** **si l'un touche (d_1) et l'autre (d_2)**, et que de plus **ils ne sont pas du même côté de la droite sécante.** Par exemple, dans le dessin ci-dessus, $\widehat{a}$ est ***alterne*** avec les angles …… et ……, mais il n'est pas alterne avec……, ……, ……, …… et …….

$\widehat{b}$ est alterne avec …… et ……, $\widehat{c}$ est alterne avec …… et ……, $\widehat{d}$ est alterne avec …… et ……, $\widehat{e}$ est alterne avec …… et ……, $\widehat{f}$ est alterne avec …… et ……, $\widehat{g}$ est alterne avec …… et ……, et enfin $\widehat{h}$ est alterne avec …… et …… .

On dit que des angles sont ***alternes-internes*** si ils sont **<u>à la fois</u>** ***alternes*** et ***…………….***
Par exemple, $\widehat{d}$ est alterne-interne avec …… et $\widehat{c}$ est alterne-interne avec …….

De même, deux angles sont ***alternes-externes*** si ils sont **<u>à la fois</u>** ***…………….. et ……………..***
Par exemple, $\widehat{a}$ est alterne-externe avec …… et $\widehat{b}$ est alterne-externe avec …….

IV) Cas où (d_1) et (d_2) sont parallèles.



Ici les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.

On sait que $\widehat{a}$ = 30°.

Puisque $\widehat{a}$ et $\widehat{b}$ sont …………………

$\widehat{b}$ = 180° - 30° = …..°.

Les angles $\widehat{a}$ et $\widehat{c}$ sont ……………… par le …………… donc $\widehat{c}$ = $\widehat{a}$ = …..°.

$\widehat{d}$ et …… sont opposés par le sommet, donc $\widehat{d}$ = …… = …..°.
Comme dans tous les triangles, la somme des angles du triangle TUV donne …..°, donc $\widehat{UTV} + \widehat{TUV} + \widehat{UVT}$ = 180°, donc …..° + 90° + $\widehat{UVT}$ = 180°.

Donc $\widehat{UVT}$ = 180° - (…..° + …..°) = 180° - …..° = …..°. Donc $\widehat{f}$ = …..° + 90° = …..° .

$\widehat{f}$ et $\widehat{e}$ sont ………………………. donc $\widehat{e}$ = 180° - …..° = …..°.

$\widehat{f}$ et $\widehat{h}$ sont …………………………………………….. donc $\widehat{h}$ = $\widehat{f}$ = …..°.

$\widehat{\ldots\ldots}$ et $\widehat{e}$ sont opposés par le sommet donc $\widehat{\ldots\ldots}$ = $\widehat{e}$ = …..°.

$\widehat{a}$ et $\widehat{\ldots\ldots}$ sont alternes-externes et $\widehat{a}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$ = 30°.

$\widehat{d}$ et $\widehat{f}$ sont ……………….-……………… et $\widehat{d}$ = $\widehat{f}$ = …..°.

$\widehat{h}$ et $\widehat{b}$ sont ……………….-……………… et $\widehat{h}$ = $\widehat{b}$ = …..°.

Enfin, $\widehat{c}$ et $\widehat{\ldots\ldots}$ sont alternes-internes et $\widehat{c}$ = $\widehat{\ldots\ldots}$ = …..°.

Donc, si les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, les angles alternes-internes sont ………, de même que les angles ……………….-………………….. .

Reprenez les résultats du III).

Dans le III), $\widehat{a}$ et $\widehat{g}$ étaient alternes-externes, mais $\widehat{a}$ = …..° et $\widehat{g}$ = …..°.

$\widehat{d}$ et $\widehat{f}$ étaient alternes-internes, mais $\widehat{d}$ = …..° et $\widehat{f}$ = …..°.

$\widehat{e}$ et $\widehat{c}$ étaient ……………….-…………………….. mais $\widehat{e}$ = …..° et $\widehat{c}$ = …..°.

$\widehat{b}$ et $\widehat{\ldots\ldots}$ étaient alternes-externes, mais $\widehat{b}$ = …..° et $\widehat{\ldots\ldots}$ = …..°.

Donc deux angles alternes-internes ou alternes-externes ne sont égaux que si les droites (d_1) et (…..) sont …………………….

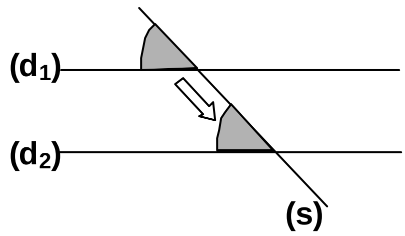
Dans le dessin du haut de cette page, observons l'angle $\widehat{a}$.

$\widehat{a}$ = $\widehat{c}$ car ils sont ……………………………………………………………

$\widehat{a}$ = $\widehat{g}$ car ils sont …………………-……………… et que (d_1) et (d_2) sont ……………….. .

Mais il y a un troisième angle qui a la même mesure que l'angle $\widehat{a}$! C'est $\widehat{\ldots\ldots}$.

On obtient l'angle $\widehat{\ldots\ldots}$ en faisant "glisser" l'angle $\widehat{a}$ le long de la droite (s).



Dans ce cas, on dit que les angles $\widehat{a}$ et $\widehat{e}$ sont $\boxed{\textit{\textbf{correspondants}}}$

De même, l'angle $\widehat{d}$ est correspondant avec $\widehat{……}$ car on passe de $\widehat{d}$ à $\widehat{……}$ en "glissant" le long de la droite (s); l'angle $\widehat{b}$ est correspondant avec $\widehat{……}$ et l'angle $\widehat{……}$ est correspondant avec $\widehat{……}$.

Observez maintenant les résultats du III)…

Pour que deux angles correspondants soient égaux, il est indispensable que……………………………………………………………………………………………………… ………………..

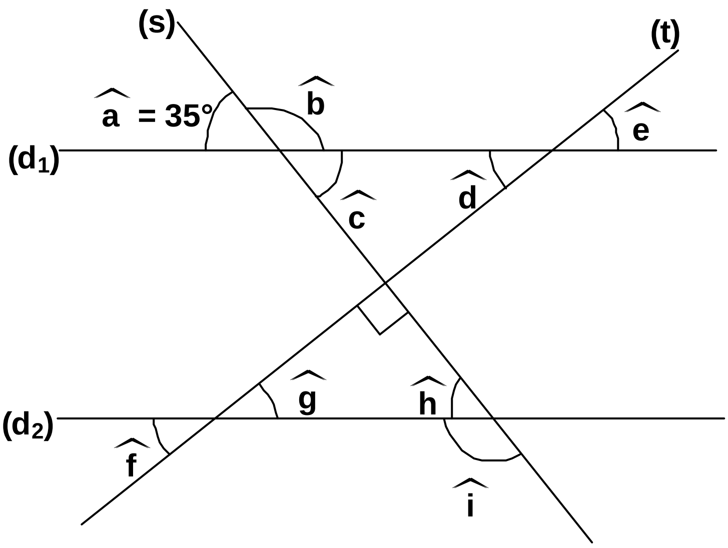
V) Récapitulons :

Dans le dessin ci-dessous, les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, les droites (s) et (t) sont perpendiculaires. On donne $\widehat{a} = 35°$.

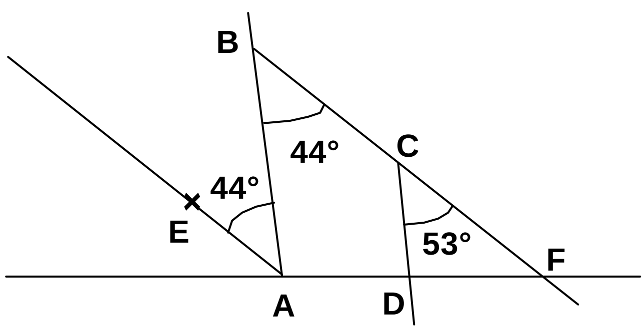
Sans justifier, compléter: $\widehat{b}$ = …..°, $\widehat{c}$ = …..°, $\widehat{d}$ = …..°, $\widehat{e}$ = …..°, $\widehat{f}$ = …..°, $\widehat{g}$ = …..°, $\widehat{h}$ = …..° et $\widehat{i}$ = …..°.

Puis, en utilisant les abréviations suivantes: **AI:** Alternes-internes; **AE:** Alternes-externes, **CT**: Correspondants, **O:** Opposés par le sommet, **CE:** Complémentaires et **S:** Supplémentaires, compléter le tableau ci-dessous:

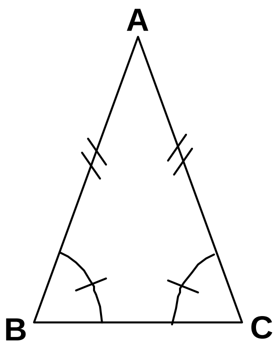
angles	$\widehat{a}$	$\widehat{b}$	$\widehat{c}$	$\widehat{d}$	$\widehat{e}$	$\widehat{f}$	$\widehat{g}$	$\widehat{h}$	$\widehat{i}$
$\widehat{a}$									
$\widehat{b}$									
$\widehat{c}$									
$\widehat{d}$									
$\widehat{e}$									
$\widehat{f}$									
$\widehat{g}$									
$\widehat{h}$									
$\widehat{i}$									

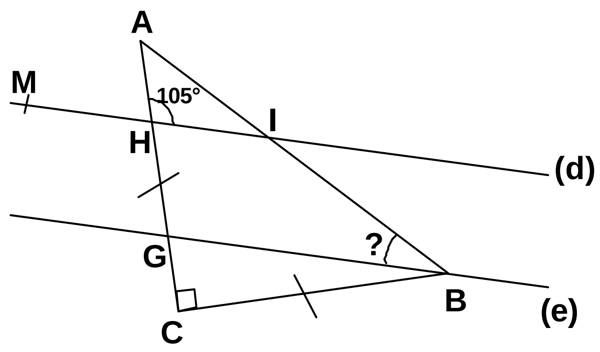


VI) Les droites (EA) et (BC) **<u>sont-elles parallèles</u>** ? et les droites (AB) et (CD) ? **<u>Justifier.</u>**
(Ne vous fiez pas à l'aspect du dessin : les dimensions ne sont pas respectées)



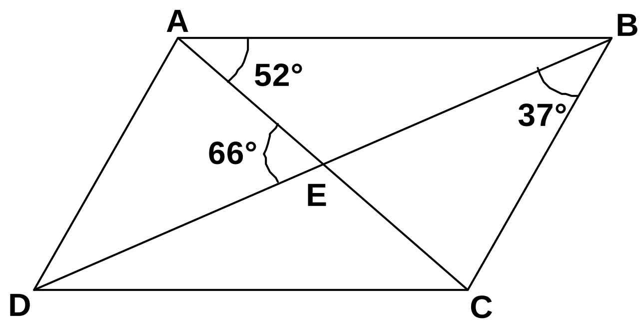
VII) Dans un triangle isocèle, les angles de la base opposée au sommet principal sont toujours égaux.





Les droites (d) et (e) sont parallèles. Déterminer sans justifier l'angle $\widehat{GBA}$ (inutile d'essayer de mesurer: Les dimensions du dessin ne sont pas respectées…) .

VIII) ABCD est un parallélogramme. N'essayez pas de mesurer au rapporteur : ce dessin n'est pas en dimensions réelles ! Dès que vous aurez calculé la mesure d'un angle, indiquez-le sur le dessin en traçant l'arc de cercle. Complétez le texte ci-dessous :



Puisque ABCD est un parallélogramme, (AB) est parallèle à (…..) et (…..) est parallèle à (BC).

Puisque (AB) parallèle à (…..), les angles …………………………. $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux,

donc $\widehat{ACD}$ = …..°.

Les angles $\widehat{AED}$ et $\widehat{DEC}$ sont …………………………., donc $\widehat{DEC}$ = …….° - 66° = …….°.

Les angles $\widehat{DEC}$ et $\widehat{AEB}$ sont égaux car ils sont …………………………………..,

donc $\widehat{AEB}$ = ……°

Comme dans tous les triangles, la somme des angles du triangle AEB donne …..°, donc

$\widehat{ABE}$ = 180° - (……° + ……°) = 180° - …..° = …..°.

Puisque (AB) parallèle à (…..), les angles alternes internes $\widehat{ABD}$ et $\widehat{……}$ sont égaux,

donc $\widehat{……}$ = …..°.

$\widehat{BEC}$ = ……° car il est opposé par le sommet avec $\widehat{\ldots\ldots}$.

Comme dans tous les triangles, la somme des angles du triangle BEC donne ……°, donc $\widehat{BCE}$ = ……° - (……° + ……°) = 180° - ……° = ……°.

Puisque (……) parallèle à (……), les angles ………………………….. $\widehat{ADB}$ et $\widehat{DBC}$ sont égaux, donc $\widehat{ADB}$ = ……°. D'autre part, les angles alternes internes $\widehat{\ldots\ldots}$ et $\widehat{DAC}$ sont égaux, donc $\widehat{DAC}$ = …..°.

Maintenant, quelques calculs….

$\widehat{DAB} = \widehat{DAC} + \widehat{CAB}$ = ……° + ……° = ……°;

$\widehat{ABC} = \widehat{\ldots\ldots} + \widehat{\ldots\ldots}$ = …..° + …..° = …..°.

$\widehat{ADC} = \widehat{\ldots\ldots} + \widehat{\ldots\ldots}$ = …..° + …..° = …..°;

$\widehat{DCB} = \widehat{\ldots\ldots} + \widehat{\ldots\ldots}$ = …..° + …..° = …..°.

$\widehat{DAB} + \widehat{ABC}$ = …..° + …..° = …..°.

$\widehat{ABC} + \widehat{BCD}$ = …..° + …..° = …..°.

$\widehat{BCD} + \widehat{CDA}$ = …..° + …..° = …..°.

$\widehat{CDA} + \widehat{DAB}$ = …..° + …..° = …..°.

Dans un parallélogramme, la somme de deux angles consécutifs (qui se suivent) donne toujours …..°.

Donc les angles consécutifs d'un parallélogramme sont toujours ………………….. .

D'autre part, $\widehat{ABC} + \widehat{BCD} + \widehat{CDA} + \widehat{DAB}$ = …..° + …..° + …..° + …..° = …..°

La somme des angles d'un parallélogramme donne toujours ……°.

IX) En rédigeant le mieux possible (inspirez vous de l'exercice ci-dessus), et en détaillant les calculs, déterminez la mesure de l'angle $\widehat{DBE}$.

A un moment donné, on pourra utiliser la phrase :

"Dans un triangle isocèle, les deux angles de la base opposée au sommet principal sont égaux…".